

3



01202560239



الفهرس

◆ الوحدة الأولى : المعادلات

- مراجعة على التحليل ص ١
- حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين ص ٢
- حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد ص ٦
- حل معادلتين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الثانية ص ١٠

◆ الوحدة الثانية : الكسور الجبرية

- أصفار الدالة ص ١٤
- مجال الدالة الكسرية ص ١٥
- اختزال الكسر الجبرى ص ١٨
- تساوى كسرين جبريين ص ١٩
- جمع وطرح الكسور الجبرية ص ٢٢
- ضرب وقسمة الكسور الجبرية ص ٢٥
- المعكوس الضربى للكسر الجبرى ص ٢٩

◆ الوحدة الثالثة : الإحصاء

- الاحتمال ص ٣١
- أسئلة اختر تراكصى ص ٣٧

التحليل بإخراج العامل المشترك

$$\begin{aligned} \dots\dots\dots &= \text{س}^2 - \text{س}^2 \quad \blacklozenge \\ \dots\dots\dots &= \text{س}^2 - \text{س}^2 \quad \blacklozenge \\ \dots\dots\dots &= \text{س}^2 - 6 \quad \blacklozenge \\ \dots\dots\dots &= \text{س}^2 - \text{س}^3 \quad \blacklozenge \\ \dots\dots\dots &= \text{س}^2 - \text{س}^3 \quad \blacklozenge \\ \dots\dots\dots &= \text{س}^2 - \text{س}^3 \quad \blacklozenge \\ \dots\dots\dots &= \text{س}^2 - \text{س}^3 \quad \blacklozenge \end{aligned}$$

 تصنيف
 معلم رياضيات
 محمود عوض

$$\begin{aligned} \blacklozenge \text{س}^2 - \text{س}^2 &= \text{س}^2 (\text{س} - \text{س}) \\ \blacklozenge \text{س}^3 - \text{س}^3 &= \text{س}^3 (\text{س} - \text{س}) \\ \blacklozenge \text{س}^2 + \text{س}^2 &= \text{س}^2 (\text{س} + \text{س}) \\ \blacklozenge \text{س}^2 - \text{س}^3 &= \text{س}^2 (\text{س} - \text{س}) \\ \blacklozenge \text{س}^2 + \text{س}^3 &= \text{س}^2 (\text{س} + \text{س}) \\ \blacklozenge \text{س}^2 - \text{س}^3 &= \text{س}^2 (\text{س} - \text{س}) \end{aligned}$$

أعداد لها جذور تربيعية مثل:

٤٩ ، ٣٦ ، ٢٥ ، ١٦ ، ٩ ، ٤ ، ١

الفرق بين مربعين

هو عبارة عن حدين لهما جذور تربيعية وبينهم (-) مثل : $\text{س}^2 - ٢٥$ ولو لقيت بينهم (+) ملوش تحليلتحليل الفرق بين مربعين = $(\sqrt{\text{الأول}} - \sqrt{\text{الثاني}}) (\sqrt{\text{الأول}} + \sqrt{\text{الثاني}})$

$$\begin{aligned} \dots\dots\dots &= \text{س}^2 - 9 \quad \blacklozenge \\ \dots\dots\dots &= \text{س}^2 - 16 \quad \blacklozenge \\ \dots\dots\dots &= \text{س}^2 - 36 \quad \blacklozenge \\ \dots\dots\dots &= \text{س}^2 - 25 \quad \blacklozenge \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacklozenge \text{س}^2 - 9 &= (\text{س} - 3) (\text{س} + 3) \\ \blacklozenge \text{س}^2 - 16 &= (\text{س} - 4) (\text{س} + 4) \\ \blacklozenge \text{س}^2 - 36 &= (\text{س} - 6) (\text{س} + 6) \\ \blacklozenge \text{س}^2 - 25 &= (\text{س} - 5) (\text{س} + 5) \end{aligned}$$

الأعداد التي لها جذور تكعيبية مثل:

١٢٥ ، ٦٤ ، ٢٧ ، ٨ ، ١

مجموع مكعبين والفرق بينهما

$$\begin{aligned} \dots\dots\dots &= \text{س}^3 - 27 \quad \blacklozenge \\ \dots\dots\dots &= \text{س}^3 - 8 \quad \blacklozenge \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacklozenge \text{س}^3 - 27 &= (\text{س} - 3) (\text{س}^2 + 3\text{س} + 9) \\ \blacklozenge \text{س}^3 - 8 &= (\text{س} - 2) (\text{س}^2 + 2\text{س} + 4) \end{aligned}$$

تحليل المقدار الثلاثي البسيط $\text{س}^2 + \text{ب} \text{س} + \text{ج}$

قاعدة الإشارات: إذا كانت إشارة الأخير (+) يبقى الإشارتين زى إشارة الأوسط
 إذا كانت إشارة الأخير (-) يبقى الإشارتين مختلفتين والرقم الأكبر ياخذ إشارة الأوسط

$$\begin{aligned} \dots\dots\dots &= \text{س}^2 + 4\text{س} + 4 \quad \blacklozenge \\ \dots\dots\dots &= \text{س}^2 - 6\text{س} + 9 \quad \blacklozenge \\ \dots\dots\dots &= \text{س}^2 + \text{س} - 6 \quad \blacklozenge \\ \dots\dots\dots &= \text{س}^2 - \text{س} - 1 \quad \blacklozenge \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacklozenge \text{س}^2 + 4\text{س} + 4 &= (\text{س} + 2) (\text{س} + 2) \\ \blacklozenge \text{س}^2 - 6\text{س} + 9 &= (\text{س} - 3) (\text{س} - 3) \\ \blacklozenge \text{س}^2 + \text{س} - 6 &= (\text{س} + 3) (\text{س} - 2) \\ \blacklozenge \text{س}^2 - \text{س} - 1 &= (\text{س} - 1) (\text{س} + 1) \end{aligned}$$

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين

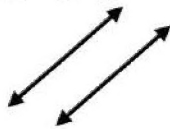
1
الدرس الأول

إذا كان المعادلتين على الصورة : $أ١ س + ب١ ص = ج١$ ، $أ٢ س + ب٢ ص = ج٢$ فإن :

ليسر لهما حلول

إذا كان $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$

أو المستقيمان متوازيان



$\Phi = \text{م. ح.}$
عدد الحلول =

لھما عبد لا نہائی

إذا كان $\frac{١}{٢} = \frac{ب}{٢} = \frac{١}{٢}$

أو المستقيمان منطبقان

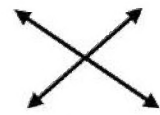


م.ح = { (س،ص): اكتب أي
معادلة من الاثنين }

لَهُمَا حُلٌّ وَحِيدٌ

إذا كان $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

أو: المستقيمان متقاطعان



عدد الحلول = ١
م. ح. = { (س، ص) }

الحل الجبري بطريقة الحذف

- ١ اجعل المعادلتين على الصورة أ س + ب ص = جـ (الحد المطلق لوحده بعد =)
- ٢ خلى معاملات السينات متشابهة أو معاملات الصادات متشابهة (بضرب المعادلة كلها في رقم)
- ٣ اكتب المعادلتين في صورة أفقية تحت بعض (اتأكد ان السينات تحت بعض والصادات تحت بعض وهكذا)
- ٤ لو المتشابهين ليهم نفس الإشارة اطرح المعادلتين ولو إشاراتهم مختلفة اجمع المعادلتين.
- ٥ هات قيمة المجهول وعوض عنها في أي معادلة هتجيبك قيمة المجهول الثاني.

الحل الجبري بطريقة التعويض

- ١ من إحدى المعادلتين هات قيمة ص بدلالة س أو قيمة س بدلالة ص
- ٢ عوض في المعادلة الثانية بالقيمة اللى جبتها
- ٣ فك الأقواس واجمع المتشابه
- ٤ احسب قيمة المجهول وعوض ببيها فى أى معادلة تهجيك قيمة المجهول الثانى

مثال علمي طريقة التعويض: حل المعادلتين $4 = س + ص$ ، $5 = 2ص + س$

الحل: $v - e = s$ بالتعويض في الثانية $\therefore s + 2 = (s - e) \Rightarrow e = s - 2$
 $s - 3 = v$ بالتعويض في الأولى $\therefore s = 3 - v$

أوجد مجموعة حل المعادلتين :

$$٢س - ص = ٣ ، س + ٢ص = ٤$$

الحل

بضرب المعادلة الأولى $\times ٢$

$$\begin{array}{r} ٤س - ٢ص = ٦ \\ س + ٢ص = ٤ \\ \hline ٣س = ١٠ \end{array}$$

بالتعويض في المعادلة الثانية

$$\begin{array}{l} ٢ = س \\ ٤ = ٢ + ٢ص \\ ٢ = ٢ص \\ ١ = ص \\ \therefore ح.م = \{ (١, ٢) \} \end{array}$$

أوجد مجموعة حل المعادلتين :

$$٣س + ٤ص = ٢٤ ، س - ٢ص = ٢$$

الحل

نظبط شكل المعادلة الثانية :

بضرب المعادلة الثانية $\times ٣$

$$\begin{array}{r} ٣س - ٦ص = ٦ \\ ٣س + ٤ص = ٢٤ \\ \hline ١٠ص = ٣٠ \end{array}$$

بالتعويض في المعادلة الثانية

$$\begin{array}{l} ٣ = ص \\ ٠ = ٢ + ٣ \times ٢ - س \\ ٠ = ٨ - س \\ س = ٨ \\ \therefore ح.م = \{ (٨, ٣) \} \end{array}$$

ملحوظة

لما تطرح إطرحة الرقمين بإشارتهما : يعنى مثلاً في مثال ٢ هتقول : ٦ - ٤ نفس الكلام في الجمع ، خلاصة الكلام اتعامل مع الأرقام بإشاراتها

أوجد قيمتي أ، ب علمًا بأن (٣، ١) حلا للمعادلتين :

$$١٧ = ٣س + ١ب ، ٥ = ١س + ٣ب$$

الحل

حل للمعادلة ١ : $١٧ = ٣س + ١ب$

نعوض عن س = ٣ ، ص = ١

$$١٧ = ٣ \times ٣ + ١ \times ب \therefore ١٧ = ٩ + ب \therefore ٨ = ب$$

حل للمعادلة ٢ : $٥ = ١س + ٣ب$

نعوض عن س = ٣ ، ص = ١

$$٥ = ١ \times ٣ + ٣ \times ب \therefore ٥ = ٣ + ٣ب \therefore ٢ = ٣ب \therefore ٢/٣ = ب$$

$$\begin{array}{r} ١٧ = ٣س + ١ب \\ ٥ = ١س + ٣ب \\ \hline ١٢ = ٢س \end{array}$$

بالتعويض في ١

$$٥ = ١ \times ٣ + ٣ \times ب$$

$$٥ = ٣ + ٣ب \therefore ٢ = ٣ب \therefore ٢/٣ = ب$$

مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم ،

فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ سم فأوجد مساحته.

الحل

نفرض أن الطول = س والعرض = ص

الطول يزيد عن العرض \therefore الطول - العرض = الزيادة

$$س - ص = ٤$$

المحيط = ٢٨ ، محيط المستطيل = $٢(س + ص)$

$$٢٨ = ٢(س + ص) \therefore ١٤ = س + ص$$

$$س - ص = ٤$$

$$\begin{array}{r} س - ص = ٤ \\ س + ص = ١٤ \\ \hline ٢س = ١٨ \end{array}$$

$$س = ٩$$

بالتعويض في س - ص = ٤

$$٩ - ص = ٤ \therefore ص = ٥$$

$$المساحة = الطول \times العرض = ٩ \times ٥ = ٤٥ \text{ سم}^٢$$



٢ أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

$$٣س + ٤ص = ١١ ، ٢س + ص = ٤$$

الحل

١ أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

$$٣س + ٧ص = ٧ ، ٥س - ص = ٣$$

الحل

الحل البياني

◆ مجموعة حل معادلتين من الدرجة الأولى بيانيا هي: نقطة تقاطع المستقيمين

◆ إذا توازى المستقيمان فإن م . ح = Φ

◆ إذا انطبق المستقيمان فإن مجموعة الحل هي: { (س ، ص) : واكتب أي معادلة من الاثنين }

٢ أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين بيانيا :

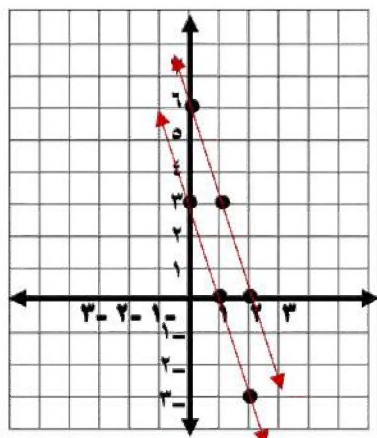
$$٣س + ٣ص = ٣ ، ٦س + ٢ص = ١٢$$

$$\frac{١٢ - ٦س}{٢} = ص$$

$$٣س - ٣ = ٣ص$$

٢	١	٠	س
٠	٣	٦	ص

٢	١	٠	س
٣	٠	٣	ص



م . ح = Φ

١ أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين بيانيا :

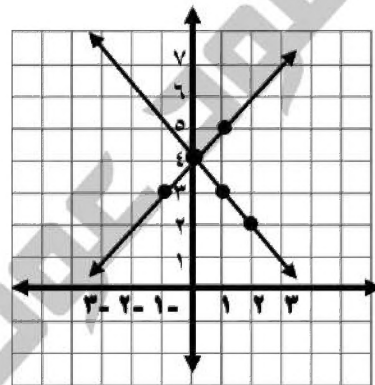
$$٤س + ٤ص = ٤ ، ٤س + ٤ص = ٤$$

$$٤س - ٤ = ٤ص$$

$$٤س + ٤ص = ٤$$

٢	١	٠	س
٢	٣	٤	ص

١	٠	١	س
٥	٤	٣	ص



م . ح = { (٤ ، ٠) }

نفس خطوات تمثيل الدالة الخطية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ نقطة تقاطع المستقيمان $ص = ٢$ ، $س + ص = ٦$ هي

(أ) $(٢ ، ٢)$ (ب) $(٤ ، ٢)$ (ج) $(٢ ، ٤)$ (د) $(٢ ، ٦)$

٢ مجموعة حل المعادلتين $س - ٢ص = ١$ ، $٣س + ص = ١٠$ هي

(أ) $\{(٢, ٥)\}$ (ب) $\{(٤, ٢)\}$ (ج) $\{(٣, ١)\}$ (د) $\{(١, ٣)\}$

٣ عدد حلول المعادلتين $s + v = 2$ ، $v + s = 3$ هو
 (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

الحل $\frac{1}{1} = \frac{1}{2}$ ، $1 = \frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ $\therefore \frac{1}{1} \neq \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ \therefore عدد الحلول = صفر أى : م.ح = Φ

٤ إذا كان للمعادلتين $س + ٧ = ٤ص$ ، $٣س + ك = ٢١$ عدد لا نهائي من الحلول فإن $ك =$

(أ) ٤ (ب) ٧ (ج) ١٢ (د) ٢١

الحل :: للمعادلتين عدد لا نهائي من الحلول :: $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$:: $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ (مقص) :: $\therefore ك = ١٢$

٥ إذا كان للمعادلتين $س + ص = ١$ ، $٢س + ك = ٢$ حل وحيد فإن ك لا يمكن أن تساوى

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

الحل $\frac{1}{4} = \frac{1}{6}$ $\therefore \frac{2}{6} = \frac{1}{4}$ (مقص) \therefore للمعادلتين حل وحيد \therefore ك لا يمكن أن تساوى ٤

٦ المستقيمات $3س + 5ص = 5$ صفر ، $5س - 3ص = 5$ صفر يتقاطعان في
 (أ) الربع الأول (ب) الربع الثاني (ج) نقطة الأصل (د) الربع الثالث

٧ إذا كان المستقيم s + $ص^3$ = ٤ ، s + $أص$ = ٧ متوازيين فإن $أ$ =
(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٧

١ أوجد في $ح \times ح$ مجموعة حل المعادلتين $٢س + ص = ١$ ، $٢ص + س = ٥$

٢ أوجد في ح' مجموعة حل المعادلتين $٨ = ص + ٢$ ، $٩ = ص + ٣$

٣ أوجد في $H \times H$ مجموعة حل المعادلتين $V = 1 - S^2$ ، $S = 2V + 5$.

٤ أوجد في $ح \times ح$ مجموعة حل المعادلتين $س + ص = ٤$ ، $٣س + ٢ص = ٧$

٤ زاويتان حادثان في مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠ ، أوجد قياسهما

مستطیل طولہ یزید عن عرضہ بمقدار ۳ سم فإذا كان محیطہ ۲۲ سم فأوجد مساحتہ.

٦ أوجد بيانيا مجموعة حل المعادلتين $ص = ٣ - ٢س$ ، $٤ = ٢ص + س$

حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد

الدرس
الثاني 2إذا كانت المعادلة على الصورة : $أس^٢ + بس + ج = ٠$ هنستخدم القانون العام:

القانون العام



$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$



أ : معامل $س^٢$
ب : معامل $س$
ج : الحد المطلق

خطوات حل المعادلة:

١ خلى المعادلة على الصورة $أس + ب ص + ج = صفر$ (وديهم كلهم قبل يساوى)يعنى لو كانت كده : $س^٢ = ٥س + ٣$ خليها كده : $س^٢ - ٥س - ٣ = ٠$

٢ خد من المعادلة قيم أ ، ب ، ج بإشارتهم الموجودة في المعادلة

يعنى لو المعادلة كده $س^٢ - ٥س - ٣ = ٠$ يبقى أ = ١ ، ب = -٥ ، ج = -٣

٣ عوض في القانون العام عن قيم أ ، ب ، ج واحسب اللى تحت الجذر لحد ما يبقى رقم واحد بس

$$زى كده س = \frac{-٣ \pm \sqrt{٣^٢ - ٤(-٥)(-٣)}}{١ \times ٢} = \frac{-٣ \pm \sqrt{٩ - ٦٠}}{٢}$$

٤ افصل الناتج مرة بال (+) ومرة بال (-) واحسب القيمتين بالآلة الحاسبة

$$زى كده : س = \frac{-٣ \pm \sqrt{٩ - ٦٠}}{٢} = \frac{-٣ \pm \sqrt{-٥١}}{٢}$$

٥ اكتب الناتجين في مجموعة الحل

$$زى كده : م . ح = \{ -٠,٥٤١ , ٢,٥٤١ \}$$

ملاحظات

ملحوظة ١ : شايف - ب اللى فوق في القانون؟ دى معناها انك تعوض عن ب بس بإشارة مختلفة

ملحوظة ٢ : شايف ٢ أ اللى في المقام؟ شايفها؟ لا دى مقيهاش حاجة ، بس كويس انك شايفها

ملحوظة ٣ : إذا كان المميز $ب^٢ - ٤أج < ٠$ صفر (موجب) فإن المعادلة لها جذران
وإذا كان $ب^٢ - ٤أج > ٠$ صفر (سالب) فإن المعادلة ليس لها حلول ، أي م . ح = Φ
وإذا كان $ب^٢ - ٤أج = ٠$ صفر فإن المعادلة لها جذر واحد (أو جذران متساويان)



٢ أوجد باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة
 $س^٢ - ٤س + ١ = ٠$ مقربا الناتج لرقمين عشريين

الحل

$$\begin{aligned} ١ &= أ \\ ٤ &= ب \\ ١ &= ج \end{aligned}$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-٤ \pm \sqrt{٤^٢ - ٤ \times ١ \times ١}}{٢ \times ١}$$

$$س = \frac{-٤ \pm \sqrt{١٦ - ٤}}{٢} = \frac{-٤ \pm \sqrt{١٢}}{٢}$$

$$\begin{aligned} \frac{-٤ + \sqrt{١٢}}{٢} &= س \quad \text{أو} \quad \frac{-٤ - \sqrt{١٢}}{٢} = س \\ \therefore س &\approx ٣,٧٣ \quad \text{أو} \quad \therefore س \approx ٠,٢٧ \\ \therefore \text{ح.م.} &= \{٣,٧٣, ٠,٢٧\} \end{aligned}$$

١ باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل
 المعادلة الآتية في ح : $س^٣ - ٥س + ١ = ٠$
 مقربا الناتج لأقرب رقمين عشريين

الحل

$$\begin{aligned} ٣ &= أ \\ ٥ &= ب \\ ١ &= ج \end{aligned}$$



$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-٥ \pm \sqrt{٥^٢ - ٤ \times ٣ \times ١}}{٢ \times ٣}$$

$$س = \frac{-٥ \pm \sqrt{٢٥ - ١٢}}{٦} = \frac{-٥ \pm \sqrt{١٣}}{٦}$$

$$\begin{aligned} \frac{-٥ + \sqrt{١٣}}{٦} &= س \quad \text{أو} \quad \frac{-٥ - \sqrt{١٣}}{٦} = س \\ \therefore س &\approx ١,٤٣ \quad \text{أو} \quad \therefore س \approx ٠,٢٣ \\ \therefore \text{ح.م.} &= \{١,٤٣, ٠,٢٣\} \end{aligned}$$

٤ أوجد مجموعة حل المعادلة $س(٣ - س) - ٥س = ٠$
 مقربا الناتج لرقمين عشريين

الحل



الأول لازم ن فك القوس

$$س^٢ - ٣س - ٥س = ٠$$

$$س^٢ - ٨س = ٠$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-٨ \pm \sqrt{٨^٢ - ٤ \times ١ \times ٠}}{٢ \times ١}$$

$$س = \frac{-٨ \pm \sqrt{٦٤}}{٢} = \frac{-٨ \pm ٨}{٢}$$

$$\begin{aligned} \frac{-٨ + ٨}{٢} &= س \quad \text{أو} \quad \frac{-٨ - ٨}{٢} = س \\ \therefore س &\approx ٠,٨٩ \quad \text{أو} \quad \therefore س \approx ١٠,١١ \\ \therefore \text{ح.م.} &= \{٠,٨٩, ١٠,١١\} \end{aligned}$$

٣ أوجد مجموعة حل المعادلة $س(١ - س) = ٤$
 باستخدام القانون العام مقربا الناتج لثلاثة أرقام

الحل

الأول لازم نضرب الـ س في القوس

$$س^٢ - س - ٤ = ٠$$

$$\begin{aligned} ١ &= أ \\ ١ &= ب \\ ٤ &= ج \end{aligned}$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-١ \pm \sqrt{١^٢ - ٤ \times ١ \times ٤}}{٢ \times ١}$$



$$س = \frac{-١ \pm \sqrt{١ - ١٦}}{٢} = \frac{-١ \pm \sqrt{-١٥}}{٢}$$

$$\begin{aligned} \frac{-١ + \sqrt{-١٥}}{٢} &= س \quad \text{أو} \quad \frac{-١ - \sqrt{-١٥}}{٢} = س \\ \therefore س &\approx ٢,٥٦٢ \quad \text{أو} \quad \therefore س \approx -١,٥٦٢ \\ \therefore \text{ح.م.} &= \{٢,٥٦٢, -١,٥٦٢\} \end{aligned}$$

٢ أوجد مجموعة حل المعادلة $س^٢ - س = ٤$
 باستخدام القانون العام مقرباً الناتج لرقم عشري واحد

الحل

مساعدة : اوعي تنسى تنقل الـ ٤ قبل = بإشارة مخالفة

١ أوجد مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ٥س + ١ = ٠$
 باستخدام القانون العام مقرباً الناتج لرقم عشري واحد

الحل

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

$$س \approx \dots$$

م.ح = { ٠, ٢, ٣, ٤ } اناكد بالآلة

٤ أوجد باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة

$$١ = \frac{١}{س} + \frac{٨}{س^٢}$$

الحل

مساعدة : للتخلص من الكسور اضرب المعادلة كلها $\times س^٢$

٣ أوجد مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ٤س = ١$

باستخدام القانون العام مقرباً الناتج لرقمين عشريين

الحل

الحل البياني لمعادلة الدرجة الثانية

◆ مجموعة حل معادلة من الدرجة الثانية بيانيا هي : قيم s التي يقطعها المنحنى من محور السينات

◆ إذا لم يقطع المنحنى محور السينات فإن $\Phi = \text{ح. م}$

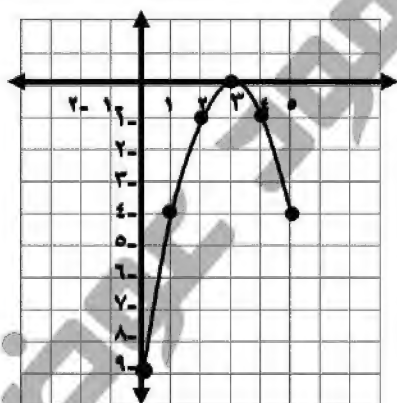
ارسم الشكل البياني للدالة

٢

د(س) = $s^2 - 6s + 9$ في الفترة $[0, 5]$
ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة د(س) = ٠

الحل

س	٠	١	٢	٣	٤	٥
ص	٩	٤	١	٠	١	٤



$$\text{ح. م} = \{ 3 \}$$

تصميم
معلم رياضيات
محمود عوض

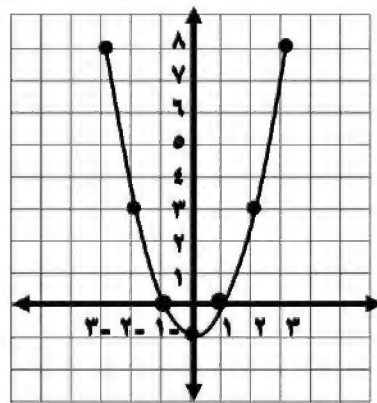
١ ارسم الشكل البياني للدالة : د(س) = $s^2 - 1$

في الفترة $[-3, 3]$

ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة $s^2 - 1 = 0$

الحل

س	٣	٢	١	٠	١	٢	٣
ص	٨	٣	٠	١	٠	٣	٨



$$\text{ح. م} = \{ -1, 1 \}$$

نفس خطوات تمثيل الدالة التربيعية

2

تمارين

١ أوجد باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة $s^2 - 2s - 6 = 0$ مقربا الناتج لرقم عشري واحد.

١ أوجد باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة $s^3 - 6s^2 - 1 = 0$ مقربا الناتج لثلاثة أرقام عشرية

١ أوجد باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة $s(s + 5) + 3 = 0$ مقربا الناتج لثلاثة أرقام عشرية

١ ارسم الشكل البياني للدالة د حيث د(س) = $s^2 - 2s - 4$ في الفترة $[-2, 4]$

ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة $s^2 - 2s - 4 = 0$

3

الدرس
الثالث

حل معادلتين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الثانية

- * ابدأ بمعادلة الدرجة الأولى وهات قيمة ص بدلالة س أو قيمة س بدلالة ص
- * عوض في معادلة الدرجة الثانية عن القيمة اللي انت جبتها
- * فك الأقواس
- * جمع المتشابه (وخلي المعادلة = ٠)
- * التحليل (ولو لقيت رقم عامل مشترك اقسم عليه قبل التحليل)
- * إما - أو (وهات قيمتين للمجهول)
- * عوض عن القيمتين في معادلة الدرجة الأولى وهات قيمتين للمجهول الثاني



تدريب على فك الأقواس

👉 $(س + ٣)^٢ = \text{مربع الأول} \pm \text{الأول} \times \text{التاني} \times ٢ + \text{مربع التاني} = س^٢ + ٦س + ٩$

إشارة القوس

✈ $(س + ٤)^٢ = \dots$ ✈ $(س - ١)^٢ = \dots$

👉 $س(س + ٣) = س^٢ + ٣س$ 👉 $س(س - ٣) = س^٢ - ٣س$

✈ $س(س - ٥) = \dots$ ✈ $س(س + ١) = \dots$

تدريب على جمع المتشابه

☐ $١ + ٢ص + ص^٢ + ص^٢ - ٢٥ = \dots$

☐ $١ + ٤ص + ص^٢ - ٤ص^٢ - ٢ص^٢ = \dots$

☐ $ص^٢ + ٢٠ص + ١٠٠ - ٤ص^٢ - ٤٠ص + ص^٢ - ٥٢ = \dots$

☐ $س^٢ + ٦س + ٩ - س^٢ - ٣س - ١٣ = \dots$

☐ $ص^٢ + ص^٢ + ص^٢ = \dots$

ملحوظة: س ص = ٩ هي معادلة من الدرجة الثانية وليست من الدرجة الأولى

أوجد في ح مجموعة حل المعادلتين :

$$\text{س} - \text{ص} = \text{صفر} , \text{س}^2 + \text{ص} + \text{ص} = 27$$

الحل

من معادلة الدرجة الأولى : $\text{س} = \text{ص}$ بالتعويض عن $\text{س} = \text{ص}$ في معادلة الدرجة الثانية

$$\therefore \text{ص}^2 + \text{ص} + \text{ص} = 27 \quad \text{نجمع المتشابه}$$

$$\text{ص}^2 + 2\text{ص} = 27 \quad \text{بالقسمة على ٣} \quad \text{ص}^2 + 2\text{ص} - 27 = 0$$

$$\text{ص}^2 - 9 = 0 \quad \text{بالتحليل}$$

$$(\text{ص} + 3)(\text{ص} - 3) = 0$$

$$\begin{array}{|l} \text{إما } \text{ص} + 3 = 0 \\ \text{أو } \text{ص} - 3 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{ص} = -3 \\ \therefore \text{ص} = 3 \end{array}$$

بالتعويض في المعادلة $\text{س} = \text{ص}$

$$\begin{array}{|l} \therefore \text{س} = -3 \\ \therefore \text{س} = 3 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{ص} = -3 \\ \therefore \text{ص} = 3 \end{array}$$

$$\text{ح. م} = \{ (3, 3), (-3, -3) \}$$

أوجد في ح مجموعة حل المعادلتين :

$$\text{س} - \text{ص} = 1 , \text{س}^2 + \text{ص} + \text{ص} = 25$$

الحل

من معادلة الدرجة الأولى : $\text{س} = 1 + \text{ص}$ بالتعويض عن $\text{س} = (1 + \text{ص})$ في معادلة الدرجة الثانية

$$\therefore (1 + \text{ص})^2 + \text{ص} + \text{ص} = 25 \quad \text{نفك الأقواس}$$

$$1 + 2\text{ص} + \text{ص}^2 + \text{ص} + \text{ص} = 25 \quad \text{نجمع المتشابه}$$

$$\text{ص}^2 + 4\text{ص} = 24 \quad \text{بالقسمة على ٢}$$

$$\text{ص}^2 + 4\text{ص} - 24 = 0 \quad \text{بالتحليل}$$

$$(\text{ص} + 6)(\text{ص} - 4) = 0$$

$$\begin{array}{|l} \text{إما } \text{ص} + 6 = 0 \\ \text{أو } \text{ص} - 4 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{ص} = -6 \\ \therefore \text{ص} = 4 \end{array}$$

بالتعويض في المعادلة $\text{س} = 1 + \text{ص}$

$$\begin{array}{|l} \therefore \text{س} = 1 + (-6) = -5 \\ \therefore \text{س} = 1 + 4 = 5 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{ص} = -6 \\ \therefore \text{ص} = 4 \end{array}$$

$$\text{ح. م} = \{ (-5, -6), (5, 4) \}$$

أوجد مجموعة حل المعادلتين :

$$\text{س} - \text{ص} = 10 , \text{س}^2 - 4\text{ص} + \text{ص} + \text{ص} = 52$$

الحل

من معادلة الدرجة الأولى : $\text{س} = 10 + \text{ص}$ بالتعويض عن $\text{س} = (10 + \text{ص})$ في معادلة الدرجة الثانية

$$\therefore (10 + \text{ص})^2 - 4\text{ص} + \text{ص} + \text{ص} = 52$$

$$\text{ص}^2 + 20\text{ص} + 100 - 4\text{ص} + \text{ص} + \text{ص} = 52$$

$$\text{ص}^2 + 17\text{ص} + 48 = 0 \quad \text{بالقسمة على ٢}$$

$$\text{ص}^2 + 17\text{ص} + 48 = 0$$

$$(\text{ص} + 12)(\text{ص} + 4) = 0$$

$$\begin{array}{|l} \text{إما } \text{ص} + 12 = 0 \\ \text{أو } \text{ص} + 4 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{ص} = -12 \\ \therefore \text{ص} = -4 \end{array}$$

بالتعويض في المعادلة $\text{س} = 10 + \text{ص}$

$$\begin{array}{|l} \therefore \text{س} = 10 + (-12) = -2 \\ \therefore \text{س} = 10 + (-4) = 6 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{ص} = -12 \\ \therefore \text{ص} = -4 \end{array}$$

$$\text{ح. م} = \{ (-2, -12), (6, -4) \}$$

أوجد مجموعة حل المعادلتين :

$$\text{س} - 2\text{ص} = 1 , \text{س}^2 - \text{ص} = 0$$

الحل

من معادلة الدرجة الأولى : $\text{س} = 1 + 2\text{ص}$ بالتعويض عن $\text{س} = (1 + 2\text{ص})$ في معادلة الدرجة الثانية

$$\therefore (1 + 2\text{ص})^2 - \text{ص} = 0 \quad \text{نفك الأقواس}$$

$$1 + 4\text{ص} + 4\text{ص}^2 - \text{ص} = 0 \quad \text{نجمع}$$

المتشابه

$$\text{ص}^2 + 3\text{ص} + 1 = 0 \quad \text{بالتحليل}$$

$$\begin{array}{|l} \text{إما } \text{ص} + 1 = 0 \\ \text{أو } \text{ص} + 1 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{ص} = -1 \\ \therefore \text{ص} = -1 \end{array}$$

بالتعويض في المعادلة $\text{س} = 1 + 2\text{ص}$

$$\begin{array}{|l} \therefore \text{س} = 1 + 2(-1) = -1 \\ \therefore \text{س} = 1 + 2(-1) = -1 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \therefore \text{ص} = -1 \\ \therefore \text{ص} = -1 \end{array}$$

$$\text{ح. م} = \{ (-1, -1), (-1, -1) \}$$



٢ مستطيل محيطه ١٤ سم ومساحته ١٢ سم^٢
أوجد كلا من بعديه

الحل

نفرض أن بُعدا المستطيل هما س ، ص

∴ محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض)

∴ ١٤ = ٢ (س + ص) بالقسمة على ٢

س + ص = ٧ ومنها ص = ٧ - س

∴ مساحة المستطيل = الطول × العرض ∴ س ص = ١٢

بالتعويض عن ص = ٧ - س في المعادلة س ص = ١٢

∴ س (٧ - س) = ١٢ ٧س - س^٢ = ١٢

٧س - س^٢ - ١٢ = ٠ نرتب ونغير إشارة الكل

س^٢ - ٧س + ١٢ = ٠ (س - ٤) (س - ٣) = ٠

إما س = ٤ ∴ ص = ٧ - ٤ = ٣

أو س = ٣ ∴ ص = ٧ - ٣ = ٤

∴ بعدا المستطيل هما ٣ سم ، ٤ سم

١ أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين
ص - س = ٣ ، س^٢ + ص^٢ - س ص = ١٣

الحل

من معادلة الدرجة الأولى :
بالتعويض في معادلة الدرجة الثانية

∴

∴

∴

نفك الأقواس

نجمع المتشابهة

بالتحليل

∴

∴

إما

∴

بالتعويض في

∴

∴

∴ م . ح = { (٤ ، ١) ، (١ - ، ٤ -) }

٤ أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

س + ص = ٥ ، س^٢ + س ص = ١٥

الحل

٣ أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

ص - س = ٢ ، س^٢ + س ص - ٤ = ٠

الحل

3 تمارين

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- ① مجموعة حل المعادلتين $س - ص = ٠$ ، $س ص = ٩$ هي
 (أ) $\{(٠, ٠)\}$ (ب) $\{(٣-, ٣-)\}$ (ج) $\{(٣, ٣)\}$ (د) $\{(٣-, ٣-), (٣, ٣)\}$
 الحل : من المعادلة الأولى: $س = ص$ بالتعويض في الثانية $ص^2 = ٩$ $\therefore ص = \pm ٣$ بالتعويض في $س = ص$
 عندما $ص = ٣$ $\therefore س = ٣$ ، عندما $ص = ٣-$ $\therefore س = ٣-$ $\therefore م.ح = \{(٣, ٣), (٣-, ٣-)\}$
- ② أحد حلول المعادلتين $س - ص = ٢$ ، $س^2 + ص^2 = ٢٠$ هو
 (أ) $\{(٢, ٤-)\}$ (ب) $\{(٤-, ٢)\}$ (ج) $\{(١, ٣)\}$ (د) $\{(٢, ٤)\}$
- ③ مجموعة حل المعادلتين $س = ٢$ ، $س ص = ٦$ هي
 (أ) $\{(٣, ٢)\}$ (ب) $\{٣, ٢\}$ (ج) $\{(٢, ٣)\}$ (د) $\{٣\}$
- ④ إذا كانت $ص = ٢$ ، $س^2 - ص^2 = ٥$ فإن $س =$
 (أ) $٣-$ (ب) ٣ (ج) $٣ \pm$ (د) ٩
- ⑤ عدداً مجموعهما ٧ وحاصل ضربهما ١٢ هما
 (أ) $٥, ٢$ (ب) $٦, ٢$ (ج) $٤, ٣$ (د) $٦, ١$

- ① أوجد في $ح \times ح$ مجموعة حل المعادلتين $س - ص = ٢$ ، $س^2 + ص^2 = ٢٠$
- ② أوجد في $ح \times ح$ مجموعة حل المعادلتين $س + ٢ص = ٤$ ، $س^2 + ص + ص = ٧$
- ③ أوجد في $ح \times ح$ مجموعة حل المعادلتين $س - ص = ٠$ ، $س ص = ٩$
- ④ عدداً مجموعهما ٩٠ وحاصل ضربهما ٢٠٠٠ أوجد العددين
- ⑤ مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٣ سم ومساحته ٢٨ سم^٢ أوجد محيطه.
- ⑥ مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٣ سم ، محيطه يساوى ٣٠ سم أوجد طولى ضلعى القائمة



أصفار الدالة

الدرس
الأول 1

* لإيجاد أصفار الدالة نساوي الدالة بالصفر ونحل المعادلة

مثال: إذا كانت د (س) = $س^2 - 9$ فأوجد أصفار الدالة
الحل: $س^2 - 9 = 0$ ∴ $س^2 = 9$ ∴ $س = \pm 3$ ∴ ص (د) = { 3 , -3 }

* لو كانت د (س) = صفر فإن ص (د) = ح

* أصفار الكسر الجبري = أصفار البسط - أصفار المقام
(يعني اللى موجود في أصفار البسط ومش متكرر في أصفار المقام)

الدوال التي أصفارها Φ * (س + عفرية) ملوش أصفار: زى $س^2 + 4$ أو $س^2 + 3$ وهكذا ص (د) = Φ * في مجموع المكعبين والفرق بينهما: القوس الكبير ملوش أصفار ص (د) = Φ * لو كانت د (س) = أي عدد (ما عدا الصفر) زى د (س) = 3 فإن ص (د) = Φ

تدريب: أوجد مجموعة أصفار كل من الدوال الآتية:

١ د (س) = $س^2 - 18س$ ٢ د (س) = $س^2 + 2س - 15$ ٣ د (س) = $س^2 + 16$

الحل :
.....
ص (د) =
الحل :
.....
ص (د) =
الحل :
.....
ص (د) =

ملحوظة : لو أعطاك أصفار الدالة معلومة في المسألة عوض بيه في الدالة وسأوى الدالة بالصفر

إذا كانت د (س) = $س^3 - 2س^2 - 75$

فأثبت أن العدد 5 أحد أصفار هذه الدالة

الحل

بالتعويض في الدالة عن س = 5

$$75 - 2 \times 25 - 5^3 = 0$$

$$75 - 50 - 125 = 0$$

∴ د (5) = 0 ∴ العدد 5 أحد أصفار الدالة

إذا كانت { 3 , -3 } هي مجموعة أصفار الدالة د

حيث د (س) = $س^2 + 1$ فأوجد قيمة أ

الحل

∴ { 3 , -3 } هي مجموعة أصفار الدالة

∴ أي قيمة من هذه القيم تجعل د (س) = 0

$$0 = 3^2 + 1$$

$$0 = 9 + 1 \quad \therefore 0 = -9$$

دالة الكسر الجبري : يرمز لها بالرمز $\frac{د(س)}{ق(س)}$ وهي دالة على صورة $\frac{د(س)}{ق(س)}$

مثل : $\frac{س + ٥}{٣} = (س) ن$ ، $\frac{س^٢}{٨ + س} = (س) ن$ ، $\frac{س - ٣}{١٢ + س} = (س) ن$

◆ مجال الكسر الجبري = ح - أصفار المقام

مثال : إذا كان $\frac{س - ١}{س - ٣} = (س) ن$ فإن مجال $ح = {٣}$

◆ المجال المشترك لعدة كسور جبرية = ح - مجموعة أصفار المقامات

مثال : إذا كان $\frac{س + ٣}{(س - ٥)(س + ٧)} = (س) ن$ ، $\frac{١}{س - ١} = (س) ن$

فإن المجال المشترك لكل من $١ ن$ ، $٢ ن$ = ح - {١ ، ٥ ، ٧}

◆ ملحوظة : قبل إخراج المجال حلل المقام لو ليه تحليل .

تدريب ١ : عيّن مجال كل من الدوال الكسرية الآتية :

٣ $\frac{س - ١}{س^٢ + س - ٢} = (س) ن$

الحل

٢ $\frac{س - ٢}{س^٢} = (س) ن$

الحل

١ $\frac{س + ٥}{٣} = (س) ن$

الحل

المقام عدد يبقى ملوش أصفار

المجال = ح

٦ $\frac{س + ١}{س^٤ - ٩س} = (س) ن$

الحل

٥ $\frac{س - ٣}{س^٢ - ٤} = (س) ن$

الحل

٤ $\frac{س + ١}{س^٤ - س} = (س) ن$

الحل

تدريب ٢ : عيّن المجال المشترك لكل من الدوال الكسرية الآتية :

٢ $\frac{س + ١}{س^٣ + س} = (س) ن$ ، $\frac{س + ١}{س^٣ - ٨س} = (س) ن$

الحل

١ $\frac{س + ٥}{س^٢ - ١٦} = (س) ن$ ، $\frac{س + ٥}{س^٢ - ٩س + ٢٠} = (س) ن$

الحل

أمثلة وتدريبات على الأعداد والمجال

٢ إذا كان مجال الدالة $f(x) = \frac{x-1}{x^2-x+9}$ هو $\{3\}$ فأوجد قيمة a

الحل

∴ المجال = $\{3\}$
 ∴ أصفار المقام = 3
 بالتعويض عن $x = 3$ ونساوي المقام بالصفر

$$0 = 9 + 3 \times a - 9$$

$$0 = 9 + 3a - 9$$

$$0 = 3a - 18$$

$$18 = 3a$$

$$6 = a$$

٤ إذا كان مجال الدالة $f(x) = \frac{x+5}{x^2-x-a}$ هو $\{2, -2\}$ فأوجد قيمة a

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٦ إذا كان مجال الدالة $f(x) = \frac{9}{x^2+x+a}$ هو $\{4, 0\}$ فأوجد قيمتي a, b

∴ المجال = $\{4, 0\}$ ∴ أصفار المقام الثاني = 4

$$4 = a + 4 \quad 0 = a$$

$$\frac{9}{x^2+x+a} = \frac{b}{x-4}$$

$$2 = (0) \quad 2 = \frac{9}{4-a} + \frac{b}{0}$$

$$\frac{b}{0} = 9 + 2 \quad \frac{b}{0} = 7 \quad 35 = b$$

١ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة $f(x) = \frac{x^2+bx+15}{x^2+ax+b}$ هي $\{5, 3\}$ فأوجد قيمة كل من a, b

$$0 = (3) \quad 0 = 15 + 3b + 9 \quad \text{بالقسمة } 3$$

$$3 = b + 5 \quad 1 \leftarrow 5$$

$$0 = (5) \quad 0 = 15 + 5b + 9 \quad \text{بالقسمة } 5$$

$$5 = b + 3 \quad 2 \leftarrow 3$$

بحل المعادلتين بطريقة الحذف

$$\begin{array}{r} 3 = b + 5 \\ 5 = b + 3 \\ \hline 2 = 2 \end{array}$$

$$1 = 2 \quad 2 = 2$$

بالتعويض في 1 ∴ $3 = b + 5$ ∴ $5 = b$ ∴ $8 = b$

٣ إذا كانت $\{5, -3\}$ هي مجموعة أصفار الدالة $f(x) = \frac{x^2-2x+a}{x^2+bx+5}$ فأوجد قيمة a

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٥ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة $f(x) = \frac{x-a}{x^2+bx+5}$ هي $\{5\}$ ومجالها هو $\{3\}$ فأوجد قيمتي كل من a, b

الحل

∴ أصفار الكسر الجبري = $\{5\}$ ∴ أصفار البسط = $\{5\}$

$$5 = a \quad 0 = a$$

∴ المجال = $\{3\}$ ∴ أصفار المقام = $\{3\}$

$$3 = b + 0 \quad 3 = b$$

1

تمارين

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- ① مجموعة أصفار الدالة $(س) = س^2 + ٤$ في ح هي
 (أ) $\{ ٢ \}$ (ب) $\{ ٢, -٢ \}$ (ج) ح (د) Φ
- ② مجموعة أصفار الدالة د: $(س) = -٣س$ هي
 (أ) $\{ ٠ \}$ (ب) $\{ -٣ \}$ (ج) $\{ (٠, -٣) \}$ (د) ح
- ③ مجموعة أصفار الدالة د: $(س) = (س^2 - ٢س + ١)$ هي
 (أ) $\{ ١, ٠ \}$ (ب) $\{ ١, -٠ \}$ (ج) $\{ (٠, ١) \}$ (د) $\{ ١ \}$

الحل:

- ④ إذا كانت ص $(د) = \{ ٢ \}$ ، $(س) = س^3 - م$ فإن م =
 (أ) $\sqrt[3]{٢}$ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) $\sqrt[3]{٨}$

الحل:

- ⑤ إذا كانت ص $(د) = \{ ٥ \}$ ، $(س) = س^3 - ٣س^2 + ١$ فإن أ =
 (أ) $٥ -$ (ب) $٥ -$ (ج) ٥ (د) ٥٠

الحل:

- ⑥ مجال الدالة ن $(س) = \frac{س}{١ - س}$ هو
 (أ) ح - { صفر } (ب) ح - { ١ } (ج) ح - { صفر، ١ } (د) ح - { ١ - }

① إذا كانت $\{ ٢, -٢ \}$ هي مجموعة أصفار الدالة $(س) = س^2 + م$ فأوجد قيمة م.

② إذا كانت $\{ ٤, ٣ \}$ هي مجموعة أصفار الدالة $(س) = أس^2 + ب س + ١٢$ فأوجد قيمتي أ، ب

③ أوجد المجال المشترك لكل من: ن ١ $(س) = \frac{س^2 - ٥س + ٤}{٦}$ ، ن ٢ $(س) = \frac{س^3}{س^2 - س}$

④ إذا كان مجال الدالة د حيث $(س) = \frac{١ + س}{س^2 + أس + ٤}$ هو ح - { ٢ } فأوجد قيمة أ

اختزال الكسر الجبري

تحليل البسط والمقام

تحليل

إخراج المجال = ح - أصفار المقام

مجال

حذف العوامل المتشابهة بين البسط والمقام

حذف

خطوات اختزال الكسر الجبري



تدريب ١

$$\frac{s^3 - 1}{s^3 + s^2 + s} = \text{اختصر لأبسط صورة ن(س)}$$

الحل

التحليل :

المجال :

الحذف :

مثال

$$\frac{s^2 - 1}{s^2 + 2s - 5} = \text{اختصر لأبسط صورة ن(س)}$$

الحل

$$\frac{(s-1)(s+1)}{(s-5)(s+1)} = \text{ن(س)}$$

المجال : ح - { ١ ، -٥ }

$$\frac{s+1}{s-5} = \text{ن(س)}$$

الحذف :

تدريب ٣

$$\frac{s^2 - 6s + 9}{s^2 - 18s + 81} = \text{اختصر لأبسط صورة ن(س)}$$

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تدريب ٢

$$\frac{s^2 - 4}{s^2 - 8s} = \text{اختصر لأبسط صورة ن(س)}$$

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

متى يتساوى كسرين جبريين

لو عايز تعرف ههنا : $n_1 = n_2$ أم لا اتبع الآتي :

- ☐ اختصر كل كسر لوحده بالخطوات الثلاثة (تحليل - مجال - حذف)
 - ☐ $n_1 = n_2$ إذا تحقق شرطان معًا وهما : ① مجال n_1 = مجال n_2 ② $n_1(س) = n_2(س)$ بعد الاختصار النهائي
 - ☐ لو قيت مجال n_1 = مجال n_2 بينما $n_1(س) \neq n_2(س)$ فإن $n_1 \neq n_2$
 - ☐ لو قيت $n_1(س) = n_2(س)$ بينما مجال $n_1 \neq$ مجال n_2 فإن : $n_1 \neq n_2$
- ولكن في حالة اختلاف المجالين يكون $n_1 = n_2$ في المجال المشترك فقط

مثال ٢

أوجد المجال المشترك الذي تتساوى فيه n_1 ، n_2 حيث :

$$n_1(س) = \frac{س^2 + س + ١٢}{س^2 + س + ٤} ، n_2(س) = \frac{س^2 - ٢س - ٣}{س^2 + س + ١}$$

الحل

$$n_1(س) = \frac{س^2 + س + ١٢}{س^2 + س + ٤} = \frac{(س + ٤)(س - ٣)}{(س + ١)(س + ٤)}$$

مجال n_1 = ح - {٤- ، ١-}

$$n_1(س) = \frac{س - ٣}{س + ١}$$

$$n_2(س) = \frac{س^2 - ٢س - ٣}{س^2 + س + ١} = \frac{(س - ٣)(س + ١)}{(س + ١)(س + ١)}$$

مجال n_2 = ح - {١-}

$$n_2(س) = \frac{س - ٣}{س + ١}$$

∴ $n_1(س) = n_2(س)$ بينما مجال $n_1 \neq$ مجال n_2

∴ $n_1 = n_2$ في المجال المشترك ح - {٤- ، ١-}

مثال ١

$$n_1(س) = \frac{س^2}{س^2 - ٣س - ٤} ، n_2(س) = \frac{س^3 + س^2 + س}{س^2 - ٤س}$$

$$n_2(س) = \frac{س^3 + س^2 + س}{س^2 - ٤س} \text{ اثبت أن : } n_1 = n_2$$

الحل

$$n_1(س) = \frac{س^2}{س^2 - ٣س - ٤} = \frac{س^2}{(س - ١)(س + ٤)}$$

مجال n_1 = ح - {٠ ، ١-}

$$n_1(س) = \frac{١}{س - ١}$$

$$n_2(س) = \frac{س^3 + س^2 + س}{س^2 - ٤س} = \frac{س(س^2 + س + ١)}{س(س - ٤)} = \frac{س^2 + س + ١}{س - ٤}$$

$$= \frac{س(س^2 + س + ١)}{س(س - ٤)(س + ١)}$$

مجال n_2 = ح - {٠ ، ١-}

$$n_2(س) = \frac{١}{س - ٤}$$

∴ $n_1(س) = n_2(س)$ ، مجال $n_1 =$ مجال n_2

∴ $n_1 = n_2$



١

$$\text{إذا كان } ١(س) = \frac{٢س}{٨ + ٢س}$$

$$٢(س) = \frac{٢س + ٤س}{١٦ + ٨س + ٢س} \quad \text{اثبت أن : } ١ن = ٢ن$$

الحل

٢

$$\text{إذا كان } ١(س) = \frac{٢س + ٦س}{(١ - س)(٣ + ٢س)}, \quad ٢(س) = \frac{٢س}{١ - س}$$

بيّن إذا كان $١ن = ٢ن$ أم لا ؟ مع ذكر السبب

الحل

٣

أوجد المجال المشترك الذي تتساوى فيه الدالتان:

$$١(س) = \frac{٢٠ + ٩س + ٢س}{١٦ - ٢س}, \quad ٢(س) = \frac{٥ + س}{٤س - ٢س}$$

الحل

٤

$$\text{إذا كان } ١(س) = \frac{٢س - ٤}{٢س + ٦س - ٤}$$

٢(س) = $\frac{٢س - ٢س - ٦س}{٩س - ٢س}$ اثبت أن: $١ن = ٢ن$ (س)
لجميع قيم س التي تنتمي إلى المجال المشترك ، وأوجد هذا المجال

الحل

$$\frac{(٢ - س)(٢ + س)}{(٢ - س)(٣ + س)} = \frac{٢س - ٤}{٢س + ٦س - ٤} = ١(س)$$

$$\frac{٢ + س}{٣ + س} = ١(س) \quad \text{مجال } ١ن = ح - \{٢, ٣-\}$$

$$\frac{(٦ - س - ٢س)س}{(٩ - ٢س)س} = \frac{٢س - ٢س - ٦س}{٩س - ٢س} = ٢(س)$$

$$\frac{(٢ + س)(٣ - س)}{(٣ + س)(٣ - س)} =$$

$$\frac{٢ + س}{٣ + س} = ٢(س) \quad \text{مجال } ٢ن = ح - \{٣, ٠, ٣-\}$$

∴ $١(س) = ٢(س)$ بينما مجال $١ن \neq$ مجال $٢ن$

∴ $١(س) = ٢(س)$ فقط في المجال المشترك

$$ح - \{٣, ٠, ٢, ٣-\}$$



2

تمارين

اختر الإجابة الصحيحة:

① إذا كان $\frac{٧-}{٢+س} = (س)١$ ، $\frac{٧-}{٢+س} = (س)٢$ وكان المجال المشترك هو $ح - \{٧ ، ٢-\}$ فإن $ك =$
 (أ) ٢ (ب) ٧ (ج) ٢- (د) ٧-

② إذا كانت $\frac{١+}{٢-س} = (س)١$ ، $\frac{٤}{٢-س} = (س)٢$ وكان $١ن = (س)٢$ فإن $أ =$
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

اختر كل من الكسور التالية محددًا مجالها:

① $\frac{١-س}{(١-س)(٥+س)}$

② $\frac{٦+س٢+٢س٢}{٣-س٤+٢س٤}$

① إذا كانت: $١ن = (س)١$ ، $\frac{٤-س٢}{٦-س+٢س} = (س)٢$ ، $\frac{٦-س-س٢}{٩-س٢} = (س)٢$ بين ما إذا كانت $١ن = ٢ن$ أم لا مع ذكر السبب

② إذا كانت: $١ن = (س)١$ ، $\frac{٢س}{٢س٣-٣س} = (س)٢$ ، $\frac{س}{س٣-٢س} = (س)٢$ فاثبت أن $١ن = ٢ن$

③ إذا كانت: $١ن = (س)١$ ، $\frac{٤-س٢}{٦-س+٢س} = (س)٢$ ، $\frac{٦-س-س٢}{٩-س٢} = (س)٢$ فاثبت أن $١ن = ٢ن$

④ إذا كانت: $١ن = (س)١$ ، $\frac{٢س}{١-س} = (س)٢$ ، $\frac{٢س٢+٦س}{(٣+٢س)(١-س)} = (س)٢$ فاثبت أن $١ن = ٢ن$

خطوات جمع وطرح الكسور الجبرية:

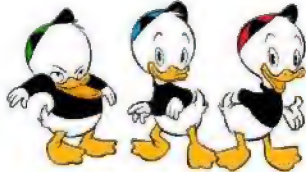
- ١ ترتيب حدود المقادير (يعني ١٥ - ١٣ س + ٢ س^٢ رتبة بإشاراته وخليه كده ٢ س^٢ - ١٣ س + ١٥)
- ٢ تحليل بسط ومقام كل كسر إن أمكن
- ٣ إخراج المجال المشترك (ح - أصفار المقامات)
- ٤ حذف العوامل المتشابهة في كل كسر لوحدده (إوعى تحذف قوس من الكسر الأول مع قوس من الكسر الثاني)
- ٥ لو لقيت المقامات موحدة: خذ مقام منهم وإجمع البسطين أو اطرهم (حسب العملية).

$$\text{زى كده: } \frac{3 + س}{2 + س} = \frac{3}{2 + س} + \frac{س}{2 + س}$$

لو المقامات غير موحدة: وحد المقامات كالتالى:

شوف إيه اللي موجود في مقام الأول ومش موجود في مقام الثاني واضربه × الكسر الثاني كله (بسط ومقام)
وشوف إيه اللي موجود في مقام الثاني ومش موجود في مقام الأول واضربه × الكسر الثاني كله (بسط ومقام)

$$\text{زى كده: } \frac{3 + س}{(2 - س)(3 - س)} + \frac{س}{2 - س} \quad \text{هنضرب بسط ومقام الأول } \times (3 - س)$$



$$\text{هيبقى كده: } \frac{3 + س}{(2 - س)(3 - س)} + \frac{س(3 - س)}{(2 - س)(3 - س)}$$

$$\text{أو كده: } \frac{1}{1 - س} + \frac{س}{1 + س} \quad \text{هنضرب بسط ومقام الأول } \times (1 - س) \text{ وهنضرب بسط ومقام الثاني } \times (1 + س)$$

$$\text{هيبقى كده: } \frac{1 + س}{(1 - س)(1 + س)} + \frac{س(1 - س)}{(1 - س)(1 + س)}$$

٦ اجمع المتشابهة في البسط ولو نفع يتحلل حله و ضع المقدار في أبسط صورة

$$\text{فمثلا: } \frac{1 + س}{2 - س} = \frac{(1 + س)(3 - س)}{(3 - س)(2 - س)} = \frac{3 + س^2 - 2س}{(3 - س)(2 - س)} = \frac{3 + س + س^3 - 2س}{(3 - س)(2 - س)}$$

لو لقيت مقدار فيه حدين مطروحين ومش مرتب

$$\begin{array}{ll} \text{زى كده} & 3 - س \\ \text{أو كده} & 1 - 2س \\ \text{هنخليه كده} & (3 - س) - \\ \text{هنخليه كده} & (1 - 2س) - \end{array}$$

ملحوظة هامة

٢ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{س^2 + 3}{س^2 - 4} + \frac{س^2 + 2}{س^2 - 4} = \text{ن (س)}$$

الحل

$$\frac{س^2 + 3}{(س - 2)(س + 2)} + \frac{س(س + 2)}{(س - 2)(س + 2)} = \text{ن (س)}$$

 المجال = ح - { ٢ ، -٢ ، ٣ }

$$\frac{س^2 + 3}{(س - 2)(س + 2)} + \frac{س}{س - 2} = \text{ن (س)}$$

نوجد المقامات : نضرب الكسر الأول × (س - ٢)

$$\frac{س^2 + 3}{(س - 2)(س + 2)} + \frac{س(س - 2)}{(س - 2)(س + 2)} = \text{ن (س)}$$

اضرب س × القوس واجمع البسطين

$$\frac{س^2 + 3 + س^2 - 2س}{(س - 2)(س + 2)} = \frac{س^2 + 3 + س^2 - 2س}{(س - 2)(س + 2)} = \text{ن (س)}$$

١ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{س^2 - 3}{س^2 - 12} - \frac{س^2 - 4}{س^2 - 4} = \text{ن (س)}$$

الحل

$$\frac{س^2 - 3}{(س - 2)(س + 2)} - \frac{س(س - 3)}{(س - 2)(س + 2)} = \text{ن (س)}$$

 المجال = ح - { ٢ ، -٢ ، ٣ ، ٠ }

$$\frac{س^2 - 3}{(س - 2)(س + 2)} - \frac{س}{س - 2} = \text{ن (س)}$$

نوجد المقامات : نضرب الكسر الأول × (س - ٢)

$$\frac{س^2 - 3}{(س - 2)(س + 2)} - \frac{س(س - 2)}{(س - 2)(س + 2)} = \text{ن (س)}$$

خذ منهم مقام واطرح البسطين

$$\frac{س^2 - 3 - س^2 + 2س}{(س - 2)(س + 2)} = \frac{٢س - ٣}{(س - 2)(س + 2)} = \text{ن (س)}$$

تصميم محمود عوض
معلم رياضيات

٤ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{س^2}{س - 1} + \frac{س^2}{س - 1} = \text{ن (س)}$$

الحل


١ - س هنخليه - (س - ١)

$$\frac{س^2}{س - 1} + \frac{س^2}{س - 1} = \text{ن (س)}$$

هنضرب السالب اللى قدام القوس × الـ + بتاعت الجمع

$$\frac{س^2}{س - 1} - \frac{س^2}{س - 1} = \text{ن (س)}$$

خد بالك ان العملية اتحولت طرح

 المجال = ح - { ١ }

$$\frac{س^2 - س^2}{س - 1} = \frac{٠}{س - 1} = \text{ن (س)}$$

٣ أوجد الدالة ن في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{س^2 - 8س + 12}{س^2 - 10س + 10} + \frac{س^2 - 4س - 5}{س^2 - 4س - 5} = \text{ن (س)}$$

الحل

$$\frac{(س - 2)(س - 6)}{(س - 2)(س - 5)} + \frac{(س - 5)(س + 1)}{(س - 2)(س - 5)} = \text{ن (س)}$$

 المجال = ح - { ٢ ، ٥ }

$$\frac{س - 6}{س - 2} + \frac{س + 1}{س - 2} = \text{ن (س)}$$

$$\frac{س - 6 + س + 1}{س - 2} =$$

اجمع الحدود المتشابهة اللى في البسط

$$\frac{٢س - ٥}{س - 2} = \text{ن (س)}$$

٢ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا المجال :

$$\frac{س - ٥}{س - ٦ + ٥} + \frac{س^٢ - س}{س^٢ - ١} = ن (س)$$

الحل

١ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا المجال حيث:

$$\frac{س + ٢}{س^٢ - ٤} + \frac{س}{س^٢ + ٢س} = ن (س)$$

الحل

٤ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا المجال:

$$\frac{س + ٤}{س^٢ - ١٦} - \frac{س}{س - ٤} = ن (س)$$

الحل

٣ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا المجال:

$$\frac{٩ - س^٢}{س^٢ + ٦س - ٨} - \frac{س^٢ + ٢س + ٤}{س^٣ - ٨} = ن (س)$$

الحل

ضرب وقسمة الكسور الجبرية

خطوات ضرب الكسور الجبرية:



١ تحليل بسط ومقام كل كسر إن أمكن (متناسخ العامل المشترك)

٢ إخراج المجال المشترك (ح - أصفار المقامين)

٣ حذف العوامل المشتركة بين أي بسط وأي مقام

يعني تقدر تحذف قوس من بسط الأول مع اللي شبيهه في مقام الثاني وهكذا وده بينفع في الضرب ومش بينفع في الجمع

٤ ضرب البسط × البسط والمقام × المقام

مثال:

أوجد ن (س) في أبسط صورة حيث

$$ن(س) = \frac{س^2 + 2س - 3}{س + 3} \times \frac{س + 1}{س^2 - 1}$$

الحل:

$$ن(س) = \frac{(س + 1)(س - 3)}{س + 3} \times \frac{س + 1}{(س - 1)(س + 1)}$$

$$المجال = ح - \{ -3, -1, 1 \} ، ن(س) = 1$$



قسمة الكسور الجبرية

* كل اللي هتعمله انك تحول القسمة إلى ضرب كالتالى :

ال ÷ خليها × ← وشقلب الكسر التانى ← وحل بخطوات الضرب عادى

* ملحوظة : فيه اختلاف صغير في مسائل القسمة لما تكتب المجال وهو :

المجال في القسمة = ح - أصفار المقامين وأصفار بسط الثانى

مثال:

أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا المجال حيث :

$$ن(س) = \frac{س^2 + 2س - 3}{س + 3} \div \frac{س^2 - 1}{س + 5}$$

الحل:

$$ن(س) = \frac{س^2 + 2س - 3}{س + 3} \times \frac{س + 5}{س^2 - 1}$$

$$= \frac{(س + 5)(س - 1)(س + 3)}{(س - 1)(س + 3)(س + 1)}$$

$$المجال = ح - \{ -3, -1, 1 \} ، 5$$

$$ن(س) = \frac{س + 5}{س + 1}$$

٢ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س^2 - 1}{س^2 + س + 3} \times \frac{س + 3}{س^2 + س + 1}$$

الحل

$$ن(س) = \frac{س + 3}{س^2 + س + 1} \times \frac{(س + 3)(س - 1)}{(س + 3)(س + 1)}$$

المجال = ح - {٠، ١}

$$ن(س) = \frac{س + 3}{س}$$

١ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س^2 - 8}{س^2 + س + 4} \times \frac{س + 3}{س^2 + س + 4}$$

الحل

$$ن(س) = \frac{س + 3}{س^2 + س + 4} \times \frac{(س - 2)(س + 4)}{(س + 3)(س + 4)}$$

المجال = ح - {٢، ٣}

$$ن(س) = 1$$

٣ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س^2 + 2س}{س^2 + 9} \div \frac{س^2}{س + 3}$$

الحل

$$ن(س) = \frac{س^2 + 2س}{س^2} \times \frac{س + 3}{س^2 + 9}$$

$$ن(س) = \frac{س + 3}{س^2} \times \frac{س(س + 3)}{(س + 3)(س - 3)}$$

$$ن(س) = \frac{س + 3}{س(س - 3)} \quad \text{المجال} = ح - \{٠، ٣، ٣-\}$$

تصميم
معلم رياضيات
محمود عوضتصميم
معلم رياضيات
محمود عوض

$$٥ أوجد: ن(س) = \frac{س^2 + 4س + 3}{س^2 - 27} \div \frac{س + 3}{س^2 + 9}$$

ثم أوجد ن(٢)، ن(٣-) إن أمكن

الحل

$$ن(س) = \frac{س^2 + 4س + 3}{س^2 + 9} \times \frac{(س + 3)(س - 3)}{(س + 3)(س + 3)}$$

المجال = ح - {٣، ٣-}

$$ن(س) = \frac{س + 1}{س - 3}$$

$$ن(٢) = \frac{١ + 2}{٣ - 2} = 3$$

ن(٣-) غير ممكنة لأن ٣- ∉ للمجال

$$٤ إذا كانت ن(س) = \frac{س^2 - 9}{س^2 + 3س} \div \frac{س^3 + 6س - 45}{س^2 - 9}$$

فأوجد ن(س) في أبسط صورة موضحًا المجال

الحل

$$ن(س) = \frac{س^2 - 9}{س^2 + 3س} \times \frac{س^2 - 9}{س^3 + 6س - 45}$$

$$ن(س) = \frac{(س - 3)(س + 3)}{س(س + 3)} \times \frac{(س - 3)(س + 3)}{(س - 3)(س + 3)}$$

$$ن(س) = \frac{(س - 3)(س + 3)}{س(س + 3)}$$

المجال = ح - {٠، ٣، ٣-، ٣، ٣، ٣، ٣، ٣، ٣}

$$ن(س) = \frac{(س - 3)(س + 3)}{س(س + 3)}$$

٧ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{10 - 2s}{9 + s - 2s} \div \frac{15 - 2s - 2s}{9 - 2s} = \text{ن (س)}$$

الحل

متناسخ: ال ÷ هنخليها × وهنقلب الكسر الثاني

$$\frac{10 - 2s}{9 + s - 2s} \times \frac{15 - 2s - 2s}{9 - 2s} = \text{ن (س)}$$

$$\frac{(3 - s)(3 - s)}{(5 - s)2} \times \frac{(3 + s)(5 - s)}{(3 + s)(3 - s)} = \text{ن (س)}$$

المجال = ح - { ٥ ، ٣ ، ٣ }

$$\frac{3 - s}{2} = \text{ن (س)}$$

٦ أوجد ن (س) وعين مجالها حيث:

$$\frac{1 + s}{5 + s - 2s} \times \frac{10 - 3s + 2s}{5 + s - 2s} = \text{ن (س)}$$

ثم أوجد ن (٠) ، ن (١-) إن أمكن

الحل

$$\frac{1 + s}{(1 + s)(2 - s)} \times \frac{(2 - s)(5 + s)}{(1 + s)(5 + s)} = \text{ن (س)}$$

المجال = ح - { ١/٣ ، ٥ ، ١- ، ٢- }

$$\frac{1}{1 + s} = \text{ن (س)}$$

$$1 = \frac{1}{1 + 0 \times 3} = \text{ن (٠)}$$

ن (١-) غير ممكنة لأن ١- ∉ للمجال



٩ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث :

$$\frac{15 - 3s}{5 + s - 2s} \div \frac{2 + 3s - 2s}{2s - 1} = \text{ن (س)}$$

الحل

١- س هنخليه - (١- ٢س) ونحول الضرب لقسمة

$$\frac{15 - 3s}{5 + s - 2s} \times \frac{2 + 3s - 2s}{(1 - 2s) -} = \text{ن (س)}$$

$$\frac{(1 - s)(5 - s)}{(5 - s)3} \times \frac{(1 - s)(2 - s)}{(1 + s)(1 - s) -} =$$

المجال = ح - { ٥ ، ١- ، ١ }

$$\frac{(1 - s)(2 - s)}{(1 + s)3 -} = \text{ن (س)}$$

٨ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\frac{24 + 4s}{2s - 36} \times \frac{36 + 12s}{2s - 36} = \text{ن (س)}$$

الحل

عارف هنعمل إيه في المقدار ٣٦ - س !!

هنخليه كده - (٣٦ - ٢س)

$$\frac{4(6 + s)}{(6 + s)(6 - s) -} \times \frac{(6 - s)(6 - s)}{(6 - s)(6 - s) -} = \text{ن (س)}$$

المجال = ح - { ٦- ، ٦ ، ٠ }

$$\frac{4 -}{s} = \text{ن (س)}$$

١ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س^2 - ٢س}{س^2 - ١} \times \frac{س^2 + ١س + ١}{س}$$

الحل

الحل

٢ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا المجال حيث:

$$ن(س) = \frac{س^4 + ١٢}{س^٥ - ٢٥} \times \frac{س^٣ - ١٥}{س + ٣}$$

الحل

الحل

٣ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا المجال حيث:

$$ن(س) = \frac{س^٣ - ٢س^٢}{س^٤ - ٩} \div \frac{س^٣ - ٢س^٢}{س^٢ - ٦}$$

الحل

الحل

٤ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ + ٢س - ٢٧} \div \frac{س^٢ + ٢س + ٩}{س^٣ + ٩}$$

ثم أوجد ن (٢) ، ن (-٢) إن أمكن

الحل

الحل

المعكوس الضربى للكسر الجبرى

◆ إذا رمزنا للكسر الجبرى بالرمز ن (س) فإن معكوسه الضربى يرمز له بالرمز ن⁻¹(س)

◆ إذا كان ن (س) = $\frac{س - ١}{س + ٣}$ فإن ن⁻¹(س) = $\frac{س + ٣}{س - ١}$ (شقلب الكسر يجيئك معكوسه)

◆ مجال ن⁻¹ = ح - أصفار البسط و المقام من المثال اللى فات: مجال ن⁻¹(س) = ح - { ٣ ، ١ }

تدريب ١

$$\frac{س٣ + ٢س}{س٣ + ٢٧} = \text{إذا كان ن (س)}$$

أوجد ن⁻¹(س) في أبسط صورة مبينًا مجال ن⁻¹(س)

الحل

مثال ١

$$\frac{س٢ - ٩}{س٢ + س - ٦} = \text{إذا كان ن (س)}$$

أوجد ن⁻¹(س) في أبسط صورة مبينًا مجال ن⁻¹(س)

الحل

$$\text{ن}^{-1}(\text{س}) = \frac{س٢ + س - ٦}{س٢ - ٩} \quad \text{شقلبنا الكسر}$$

$$\text{حللنا} \quad \frac{(س - ٣)(س + ٣)}{(س - ٣)(س + ٦)} =$$

المجال = ح - { ٣ ، ٢ ، -٣ }

$$\text{ن}^{-1}(\text{س}) = \frac{س - ٣}{س + ٦} \quad \text{اختصرنا}$$

تدريب ٢

$$\frac{س٣ - ٢س}{(س٢ + ٢س)(س - ٣)} = \text{إذا كان ن (س)}$$

فأوجد: ١) ن⁻¹(س) مبينًا مجالها

٢) قيمة س إذا كان ن⁻¹(س) = ٣

الحل

مثال ٢

$$\frac{س٢ - ٢س}{س٢ + ٢س - ٣} = \text{إذا كان ن (س)}$$

فأوجد: ١) ن⁻¹(س) مبينًا مجالها

٢) قيمة س إذا كان ن⁻¹(س) = ٣

الحل

$$\text{ن}^{-1}(\text{س}) = \frac{س٢ - ٢س}{س٢ + ٢س - ٣} = \frac{(س - ٢)(س)}{(س - ١)(س + ٣)}$$

مجال ن⁻¹ = ح - { ١ ، ٢ ، ٠ }

$$\text{ن}^{-1}(\text{س}) = \frac{س - ٢}{س + ٣}$$

$$\therefore \text{ن}^{-1}(\text{س}) = ٣ \quad \therefore \frac{س - ٢}{س + ٣} = ٣ \quad (\text{مقص})$$

$$\therefore ١ - س = ٣س \quad ١ = ٤س \quad ١ = ٤س \quad \therefore س = \frac{١}{٤}$$

4

تمارين

- ① إذا كانت $s \neq 0$ فإن $\frac{s}{1+s} \div \frac{s}{1+s} = \dots$
- (أ) ٥ - (ب) ١ - (ج) ١ (د) ٥
- ② مجال المعكوس الضربي للدالة $D(s) = \frac{s+2}{s-3}$ هو \dots
- (أ) $\{3\}$ (ب) $\{3, -2\}$ (ج) $\{3\}$ (د) $\{3\}$
- ③ إذا كان للكسر الجبري $\frac{s-5}{s+3}$ معكوس ضربي وهو $\frac{s+5}{s+3}$ فإن $A = \dots$
- (أ) ٣ (ب) ٥ - (ج) ٣ - (د) ٥
- ④ أبسط صورة للكسر $\frac{s}{1+s} \div \frac{s}{1+s}$ هي \dots
- (أ) ٥ - (ب) ١ - (ج) ١ (د) ٥
- ⑤ إذا كان $\frac{s-3}{s-2}$ معكوس ضربي وهو $\frac{s-3}{s+2}$ فإن $K = \dots$
- (أ) ٣ (ب) ٢ (ج) ٢ - (د) ٣ -

① أوجد $N(s)$ في أبسط صورة مبينا المجال حيث: $N(s) = \frac{s^2-2s}{s^2+s+1} \div \frac{s^2-1}{s^2+s+1}$

② أوجد $N(s)$ في أبسط صورة مبينا المجال حيث: $N(s) = \frac{s^2-1}{s+1} \div \frac{s^2+s+3}{s+3}$

③ إذا كان $N(s) = \frac{s^2-9}{s-8} \times \frac{s-7}{s+7}$ أوجد $N(s)$ في أبسط صورة مبينا مجالها ثم احسب قيمة $N(1)$

④ إذا كان $N(s) = \frac{s-2}{s+1}$ فأوجد: (١) $N^{-1}(s)$ مبينا مجالها (٢) $N^{-1}(3)$

⑤ إذا كان $N(s) = \frac{s^2-4s-5}{s^2-2s-15}$ فأوجد: (١) $N^{-1}(s)$ مبينا مجالها (٢) $N^{-1}(5)$

الاحتمال

التقاطع \cap

إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء العينة فإن :

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان فإن :

$$P(A \cap B) = 0 \text{ صفر ، } P(A \cap B) = \Phi$$

ملحوظة: متى يطلب $P(A \cap B)$ بالطريقة اللفظية؟

لوقتك : أوجد احتمال وقوع الحدث أ و ب معا

إذا كانت أ و ب فإن : $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$ الصغيرة

مثال

إذا كان $P(A) = 0.2$ ، $P(B) = 0.6$ ،

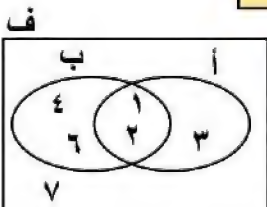
$P(A \cup B) = 0.7$ أوجد : $P(A \cap B)$

الحل :

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$0.1 = 0.2 + 0.6 - 0.7$$

شكل فن



$$A \cap B = \{1, 2\}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\text{عدد عناصر } A \cap B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

الاتحاد \cup

إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء العينة فإن :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان فإن :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

ملحوظة: متى يطلب $P(A \cup B)$ بالطريقة اللفظية؟

لوقتك : أوجد احتمال وقوع الحدث أ أو ب
أو قلك : أوجد احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

إذا كانت أ و ب فإن : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ الكبيرة

مثال

إذا كان $P(A) = \frac{1}{4}$ ، $P(B) = \frac{1}{3}$ ، $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$

أوجد : $P(A \cup B)$

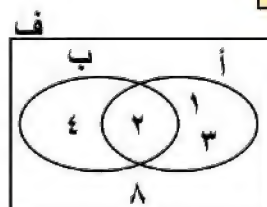
الحل :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{7}{10}$$

بالآلة الحاسبة

شكل فن



$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$$

$$P(A \cup B) = \frac{\text{عدد عناصر } A \cup B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

المكملة



الفرق -

إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء العينة فإن :

$$ل(أ) - ١ = ل(أ) - ل(أ \cap ب)$$

$$ل(أ) - ١ = ل(أ) - ل(أ \cap ب)$$

القاعدة العامة :

$$ل(أ) = ل(أ) + ل(أ \cap ب)$$

ملحوظة: متى يطلب ل(أ) بالطريقة اللفظية؟

لوقالك : أوجد احتمال عدم وقوع الحدث أ

مثال

إذا كان ل(أ) = $\frac{1}{5}$ ، ل(ب) = $\frac{1}{3}$ ،

أوجد : ل(أ) (١) احتمال عدم وقوع الحدث ب

الحل :

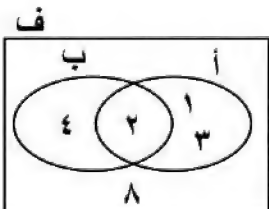
$$(١) ل(أ) - ١ = ل(أ) - ل(أ \cap ب) = \frac{1}{5} - ١ = \frac{4}{5}$$

(٢) احتمال عدم وقوع الحدث ب : يقصد به ل(ب')

$$ل(ب') = ١ - ل(ب) = ١ - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

شكل فن

أ : هي كل العناصر التي قدامك ما عدا عناصر أ



$$ل(أ) = \frac{2}{5}$$

$$ل(أ) = \frac{2}{5}$$

$$ل(ب) = \frac{3}{5}$$

$$ل(ب') = \frac{2}{5}$$

إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء العينة فإن :

$$ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب)$$

$$ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب)$$

إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان فإن :

$$ل(أ - ب) = ل(أ)$$

ملحوظة: متى يطلب ل(أ - ب) بالطريقة اللفظية؟

لوقالك : أوجد احتمال وقوع الحدث أ فقط
أو قالك : احتمال وقوع الحدث أ وعدم وقوع الحدث ب

لوعرفت الفرق والتقاطع فإن :

$$ل(أ) = ل(أ - ب) + ل(أ \cap ب)$$

مثال

إذا كان ل(أ) = $\frac{1}{4}$ ، ل(ب) = $\frac{1}{3}$ ، ل(أ \cap ب) = $\frac{1}{5}$

أوجد : ل(أ - ب) ، ل(ب - أ) ، ل(أ \cap ب)

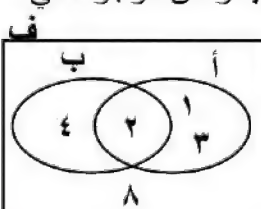
الحل :

$$ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب) = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

$$ل(ب - أ) = ل(ب) - ل(أ \cap ب) = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

شكل فن

أ - ب : هي العناصر الموجودة في أ ومش موجودة في ب
ب - أ : هي العناصر الموجودة في ب ومش موجودة في أ



$$ل(أ - ب) = \frac{1}{20}$$

$$ل(أ - ب) = \frac{1}{20}$$

$$ل(أ - ب) = \frac{1}{20}$$

$$ل(أ - ب) = \frac{1}{20}$$

٢ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان $P(A) = \frac{3}{8}$ ، $P(B) = \frac{1}{4}$ ، $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$ أوجد : $P(A \cap B)$ ، $P(A - B)$

الحل

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{1}{4} - \frac{5}{8}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

١ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان $P(A) = 0.3$ ، $P(B) = 0.6$ ، $P(A \cap B) = 0.2$ أوجد : $P(A \cup B)$ ، $P(A - B)$

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.7 = 0.3 + 0.6 - 0.2$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$0.1 = 0.3 - 0.2$$

٤ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من تجربة عشوائية وكان $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$ فأوجد $P(B)$

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\frac{7}{12} = \frac{1}{3} + P(B)$$

$$P(B) = \frac{7}{12} - \frac{1}{3} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

٣ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان $P(A) = 0.8$ ، $P(B) = 0.7$ ، $P(A \cap B) = 0.6$ فأوجد :
١ احتمال عدم وقوع الحدث أ
٢ احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

الحل

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - 0.8 = 0.2$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.9 = 0.8 + 0.7 - 0.6$$

٦ إذا كان $P(A) = \frac{1}{4}$ ، $P(B) = \frac{2}{3}$ ، $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ فأوجد : $P(A \cup B)$ ، $P(A - B)$

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

٥ صندوق يحتوى على ١٢ كرة منها ٥ كرات زرقاء ، ٤ كرات حمراء وباقي الكرات بيضاء ، سحب كرة عشوائيا فاحسب احتمال أن تكون الكرة :
١ زرقاء ٢ ليست حمراء ٣ زرقاء أو حمراء

$$P(\text{العدد الكلى}) = 12$$

$$P(\text{عدد الكرات البيضاء}) = 3$$

$$P(\text{احتمال أن تكون زرقاء}) = \frac{\text{عدد الكرات الزرقاء}}{\text{العدد الكلى}} = \frac{5}{12}$$

$$P(\text{احتمال ليست حمراء}) = \frac{\text{عدد الكرات الزرقاء والبيضاء}}{\text{العدد الكلى}} = \frac{7}{12}$$

$$P(\text{احتمال زرقاء أو حمراء}) = \frac{\text{عدد الكرات الزرقاء والحمراء}}{\text{العدد الكلى}} = \frac{9}{12}$$

٧ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

وكان $P(A) = 0.5$ ، $P(B) = 0.8$ ، $P(A \cap B) = 0.1$
 فأوجد $P(A \cup B)$ إذا كان : ١ أ ، ب متنافيان
 ٢ $B \supset A$

الحل

أولاً : إذا كان أ ، ب متنافيان :

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = 0.5 + 0.8$$

$$P(A \cup B) = 1.3$$

ثانياً : إذا كانت $B \supset A$:

$$P(A \cup B) = P(B)$$

$$P(A \cup B) = 0.8$$

٨ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

وكان $P(A) = 0.5$ ، $P(B) = 0.8$ ، $P(A \cap B) = 0.1$
 فأوجد قيمة س إذا كان : ١ أ ، ب متنافيان
 ٢ $P(A \cap B) = 0.1$

الحل

أولاً : إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان :

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = 0.5 + 0.8$$

$$P(A \cup B) = 1.3$$

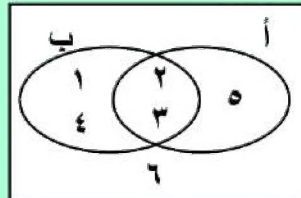
ثانياً : إذا كان ل $(A \cap B) = 0.1$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0.5 + 0.8 - 0.1$$

$$P(A \cup B) = 1.2$$

٩ باستخدام شكل فن المقابل أوجد :



$$P(A \cap B)$$

$$P(A - B)$$

$$P(\text{احتمال عدم وقوع الحدث أ})$$

الحل

العدد الكلي ف = ٦

$$P(A \cap B) = \frac{\text{عدد عناصر } A \cap B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(A - B) = \frac{\text{عدد عناصر } A - B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A - B) = \frac{\text{عدد عناصر } A - B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

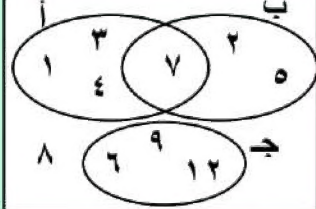
$$P(A - B) = \frac{\text{عدد عناصر } A - B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{احتمال عدم وقوع أ يقصد به ل (أ)})$$

$$P(A') = \frac{\text{عدد عناصر } A'}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A') = \frac{\text{عدد عناصر } A'}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

١٠ باستخدام شكل فن أوجد :



$$P(A \cap B)$$

$$P(B - A)$$

$$P(A - B)$$

انته أقوم من شكل فن

الحل

العدد الكلي ف = ٦

$$P(A \cap B) = \frac{\text{عدد عناصر } A \cap B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(A - B) = \frac{\text{عدد عناصر } A - B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A - B) = \frac{\text{عدد عناصر } A - B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A - B) = \frac{\text{عدد عناصر } A - B}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{احتمال عدم وقوع أ يقصد به ل (أ)})$$

$$P(A') = \frac{\text{عدد عناصر } A'}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A') = \frac{\text{عدد عناصر } A'}{\text{العدد الكلي}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



٢ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية
وكان $P(A) = \frac{1}{4}$ ، $P(B) = \frac{1}{3}$ فأوجد $P(A \cup B)$
إذا كان: ① $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ ، ② أ ، ب متنافيان

الحل

١ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية
وكان $P(A) = \frac{4}{9}$ ، $P(B) = \frac{3}{9}$ ، $P(A \cap B) = \frac{1}{9}$
أوجد : $P(A \cup B)$ ، $P(A - B)$ ، $P(B - A)$

الحل

٤ كيس به ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠
، سحبت بطاقة عشوائيا ، أوجد احتمال أن تكون
البطاقة تحمل عددا :
① يقبل القسمة على ٣ و يقبل القسمة على ٥
② يقبل القسمة على ٣ أو يقبل القسمة على ٥

الحل

٣ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية
وكان $P(A) = 0.4$ ، $P(B) = 0.5$
، $P(A \cup B) = 0.2$
أوجد : $P(A \cap B)$ ، $P(B - A)$

الحل

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن $P(A \cap B) = \dots$
 (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٠,٥ (د) Φ

٢ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن $A \cap B = \dots$
 (أ) Φ (ب) صفر (ج) ٠,٥٦ (د) ١

٣ إذا كانت أ د ف لتجربة عشوائية ما وكان $P(A) = \frac{1}{2}$ فإن $P(A')$ =
 (أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) ١

٤ إذا كان $P(A) = P(A')$ فإن $P(A) = \dots$
 (أ) صفر (ب) ١ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{2}$

٥ إذا كان $A \supset B$ فإن $P(A \cup B)$ تساوى
 (أ) صفر (ب) $P(A)$ (ج) $P(B)$ (د) $P(A \cap B)$

٦ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين وكان $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$ فإن $P(B) = \dots$
 (أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) ١

٧ إذا كان احتمال وقوع الحدث أ هو ٦٥٪ فإن احتمال عدم وقوعه يساوى
 (أ) ٠,٣٥ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) ٠,٦٥ (د) ١

٨ إذا كان احتمال وقوع الحدث أ هو ٧٥٪ فإن احتمال عدم وقوعه هو
 (أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) ١

٩ إذا أُلقيت قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة أو كتابة يساوى
 (أ) صفر% (ب) ٢٥٪ (ج) ٥٠٪ (د) ١٠٠٪

١٥ إذا أُلقي حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجي وظهور عدد فردي يساوى
 (أ) صفر (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{3}{4}$ (د) ١

١٥ إذا أُلقي حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أكبر من ٤ يساوى
 (أ) صفر (ب) $\frac{2}{3}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{2}$

١ إذا كانت النسبة بين محيطي مربعين ١ : ٢ فإن النسبة بين مساحتهما = ١ : ٤

٢ المعكوس الجمعي للكسر $\frac{3}{1+2}$ هو $\frac{3-}{1+2}$

٢ إذا كان س عددا سالبا فإن أكبر الأعداد التالية هو $3 - س$
 (أ) $3 + س$ (ب) $3 س$ (ج) $3 - س$ (د) $\frac{3}{س}$

٤ إذا كان $أ^2 - ب^2 = ٢١$ ، $أ + ب = ٧$ فإن $أ - ب = ٣$

٥ إذا كان عمر رجل الآن س سنة فإن عمره بعد ٥ سنوات هو $س + ٥$ وعمره منذ ٣ سنوات هو $س - ٣$

٦ احتمال الحدث المستحيل = صفر بينما احتمال الحدث المؤكد = ١

٧ إذا كان $س^2 - ص^2 = ٢$ ($س + ص$) فإن $س - ص = ٢$

٨ إذا كان (٥ ، س) = (٧ - س ، ١ + ص) فإن $س + ص = ٦$

٩ الدالة د حيث د(س) = $س^2 + ٢س - ٣$ كثيرة حدود من الدرجة السادسة

١٥ إذا كان منحنى الدالة د حيث د(س) = $س^2 - ٢$ أ يمر بالنقطة (١ ، ٠) فإن $أ = ١$

١١ عددان موجبان مجموعهما ٧ ، وحاصل ضربهما ١٢ فإن العددين هما ٣ ، ٤

١٢ إذا كان $س^2 = ١$ فإن $\frac{1}{س} = \frac{1}{٥}$ $\frac{1}{٥} = \frac{1}{٢} \times \frac{1}{٥}$

١٣ مجموعة حل المعادلة $س^2 + ٤ = ٠$ في ط هي

١٤ إذا كان المقدار $س^2 + كس + ٣٦$ مربعا كاملا فإن $ك = \pm ١٢$

١٥ إذا كان $س^5 = ٤$ فإن $س^5 - ١ = ٥ \times ٣ - ١ = ١٤$ $\frac{٤}{٥} = \frac{١}{٥} \times ٤$

١٦ إذا كان $س^٣ + ٧ = ١$ فإن $س = -٧$

١٧ إذا كان $س^٣ + س^٣ + س^٣ = ٣ \times ٣ = ٩$ $١ + س^٣ = ٣$

١٨ $\sqrt{٣٦ + ٦٤} + ٨ = ٢$

١٩ مجموعة حل المعادلة $س^2 + ٤ = ٠$ في ح هي

٢٥ إذا كانت $س^٢ - ص^٢ = ٨١$ فإن $\frac{س}{ص} =$

٢٦ $[١ ، ٥] \cup [٢ ، ٣] =$